

デジカメ星空診断ハンドブック

星空公団 小野間史樹 (onoma@kodan.jp)

2017年7月25日

目次

第 1 章	基礎知識	5
1.1	「夜空の明るさ」とは	5
1.2	明るさを測る単位	7
1.3	夜空の明るさの要因比較	8
1.4	照明光の散乱	9
1.5	夜空の明るさを測る	10
1.6	夜空の明るさとヒトの視感度	14
第 2 章	デジタルカメラのしくみ	17
2.1	使用できるカメラとレンズ	17
2.2	カメラの種類	17
2.3	標本化と量子化	18
2.4	カラーフィルタ	19
2.5	感度特性曲線	24
2.6	シャッタースピード	25
2.7	素子サイズと画素あたりの立体角	25
2.8	素子ノイズ	28
2.9	素子の感度ばらつき	29
2.10	カメラのデータフォーマット	29
2.11	Exif	32
第 3 章	測光手法	33
3.1	恒星の明るさ	33
3.2	標準星との比測定	33
3.3	スペクトル型	34
3.4	バックグラウンドの求め方	34
3.5	標準星の大気減光補正	36
付録 A	正規分布の最小二乗法	41

付録 B	レンズ投影補正	43
参考文献		45

第 1 章

基礎知識

1.1 「夜空の明るさ」とは

ここでは、不要な人工の光のうち人間や動植物に悪影響を与える光害（ひかりがい）や、上方へ漏れた照明光が大気中の水蒸気・エアロゾルに散乱されて発生する夜空の明るさについて学ぶ。

1.1.1 夜空が明るい原因

夜空が明るい原因について考えてみる。夜空を見上げたときに、星と星との間の、本来は何もない空間がほんのり光っていることがわかる。この明るさを「夜空の明るさ」とよび、その原因は次の通りいくつかある。

■**太陽光** 夕方の太陽が沈んだ直後や、明け方の日の出直前は空が明るい。地球が丸いため、日没直後は地上ですでに日が沈んでしまっても大気の上空はまだ日没前であり、太陽の光が当たる状態になっている。このため、大気中にあるチリや水蒸気によって散乱された太陽光が地上から見上げると光って見えるのである。これを「薄明」とよび、おおよそ日の出前・日の入り後 90 分くらいのあいだ続く。

■**月明かり** 満月の明るさは-12 等星程度であり、月があるだけで夜空は非常に明るくなる。月の光は太陽と同じように地球の大気で散乱され、夜空を明るく照らす。太陽と異なり、地平線の下にある月の光は夜空の明るさにほとんど影響しない。また、月齢によって明るさが変わるため、夜空の明るさに与える影響は日々変化する。

■**黄道光** 太陽系内には、特に惑星が回る公転面に沿ってチリが浮かんでいる。このチリが太陽の光を受けて光っているものが黄道光である。チリの大きさは小さいため一つ一つは非常に暗いが、ある程度集まると明るく見える。地上から見上げると、太陽や惑星の通る黄道面に沿って光っているため、黄道光という呼び方をする。

■**大気光** 地上 70 km 以上の上空では、昼間の太陽光によって電離した大気が光る現象が起きている。上空の大気は非常に薄く反応速度が遅いため、発光は夜まで続いている。発光は非常に淡いため肉眼で見られることはほとんどないが、太陽の活動が活発な時期には写真撮影等で影響が出ることもある。

■人工光 人間の活動に伴う照明光が上空に漏れ出し、大気中のチリや水蒸気によって散乱されて夜空が明るくなる現象がある。明るさは地上の照明量によって変化するため、人間の経済活動に大きく影響を受ける。光害による影響の一部であり、デジカメ星空診断で詳しく取り扱う。

1.1.2 人工光と光害

私たちは照明によって夜でも生活することができている。主な夜間の照明としては以下のようなものがある。

- 住宅の明かり
- 街灯
- ネオンサイン
- 自動車の照明

これらの光のうち人間や動植物に悪影響を与えるものを「光害」と呼ぶ。「光害」とは、環境庁「光害対策ガイドライン」において、

良好な「照明環境」の形成が、漏れ光によって阻害されている状況 又はそれによる悪影響を「光害」と定義する。狭義には、障害光による悪影響をさす。

とされている [1]。この定義による障害光とは、量ないしは方向が不適切な照明のうち、人間活動や生態系に悪影響を及ぼすものであり、図 1.1 に示すように、夜空の明るさの増大、人間に対するグレア、動植物への影響などがあげられている [2]。デジカメ星空診断で取り扱う「夜空の明るさへの影響」とは、照明から放射される上方光束が大気中の水蒸気やチリに散乱されて夜空の明るさが増大することであり、不適切に設計もしくは設置された照明によって発生する。

ここで注意しなければならないのは、「夜空の明るさへの影響」とは照明から放射された光が大気中の粒子によって散乱されて地上に戻ってきたもののことであり、照明から直接照射されたものを示してはならないことである。照明の目的は、本来明るさが必要な照明領域を照らすことであり、それ自体に問題はない。私たちが問題にすべきなのはあくまで不要な上方光束であり、両者は区別しておく必要がある。夜間照明は前述のように必要があって設置されているものであって、図 1.1 に示す照明領域に必要な明るさを確保しつつ夜空の明るさを抑えるため、上方光束をいかに減らすかが重要である。

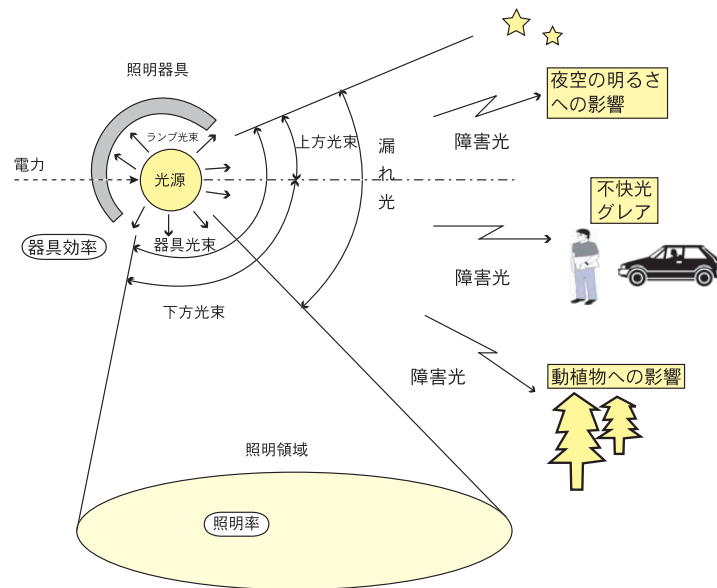


図 1.1 光害の定義（「地域照明環境計画策定マニュアル」より）

1.2 明るさを測る単位

ここでは、面光源である夜空の明るさを測定する単位について解説する。平面の明るさを表現する単位として、照明分野で多く使われる「輝度 L (cd/m^2)」がある。これは、ある一様な明るさを持つ面光源を考え、その放射光度 (cd) を単位面積 (m^2) あたりで表したものである。

一方、天文学では背景の明るさとして「等級/ \square 」($\text{magnitude}/\text{arcsec}^2$)を用いる。明るさの単位として輝度 (cd) ではなく等級 (magnitude) を用いているのは、夜空を測定する際にあらかじめ明るさの分かっている恒星を撮影するだけで値を求めることができることや、恒星と夜空の明るさを同時に測定することで測定装置の感度を校正することができるためである。また、一般的な面光源と異なり、夜空の明るさは単位面積を平方メートルで定義できない。空を見上げた場合、対象までの距離によって見かけの長さが変わってしまうためである。このため、図 1.2 に示す単位平方角を用いて面積を定義している。単位平方角は、図 1.2 に示すように、中心から角度 α と β で区切られた角度の面積であり、中心からの距離が変わっても変わらない値である。夜空の明るさの基準となる面積は、1 度を 3600 で割った arcsec (秒角) という値を二乗したものをを用いる。

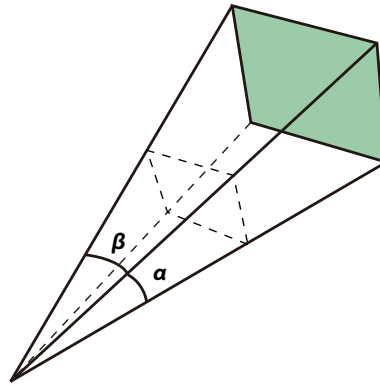


図 1.2 単位平方角

このようにして求めた面積と明るさを用い、夜空を見上げた際に 3600 分の 1 度と 3600 分の 1 度を掛け合わせた面積あたりの明るさを恒星の明るさである等級に換算したものを夜空の明るさの単位として用いる。この場合、単位としては「等級/□」(magnitude/arcsec²)となる。

1.3 夜空の明るさの要因比較

夜空の明るさの主な原因となるものを表 1.1 に示す。これらのうち、太陽の影響による薄明の効果が最も大きく +15 等級/□程度である。薄明とは、夕方や明け方はまだ空が明るい状態のことであり、すでに地平線より下に沈んだ太陽の光が、上空のチリなどで散乱されて生じる現象であり、日の出前・日の入り後 90 分くらいに見られる。また、月による影響も +18 等級/□と比較的大きい。満月の明るさは -12 等星程度であり、月があるだけで夜空は非常に明るくなる。一方で、人工光については都市部と郊外で大きな差がある。たとえば都市部では薄明とほぼ同等の +15 等級/□であり、都市から十分離れた郊外では +22 等級/□である。このため、人工光の夜空の明るさに対する影響を調査するためには太陽や月の影響を避けるため、日没後、90 分以上経過した後で、かつ月のない時間帯に測定を行うことが好ましい。例外として、都心部では夜空の明るさが +15 等級/□程度と満月時の明るさよりも明るいことから、月のある時間帯でも人工光の影響の方が大きく、人工光の時間変化が測定できることもある。

さらに、夜空が非常に暗い郊外では月の影響の他、黄道光による影響も考慮する必要がある。黄道光太陽系内のチリが太陽光を散乱して生じる現象であり、特に太陽系の惑星の公転面内である黄道付近に強く見られる。なお、昼間に太陽光によって電離した大気が光る現象である大気光については、その強度が非常に弱く、また発光波長が輝線スペクトルを示すことから、よほどの狭帯域の測定でない限り問題になることはない。

表 1.1 夜空の明るさの原因

原因	明るさ
薄明 (日没後 30 分)	+15 等級/□”
満月の夜空	+18 等級/□”
黄道光 (太陽から 90° の位置)	+22 等級/□”
大気光	+22 等級/□”
人工光	+15~+22 等級/□”

1.4 照明光の散乱

照明から放出された光は、大気中の分子や水蒸気、エアロゾルなどによって散乱される。散乱の過程としては主にミー散乱とレイリー散乱があり、散乱される光の波長と散乱する物質の大きさの関係によって決まる。

1.4.1 レイリー散乱

光の波長よりも粒子サイズが十分に小さい場合、レイリー散乱となる。大気中の分子や水蒸気による散乱はレイリー散乱であり、強度 I_0 の光が 1 個の分子や水蒸気に入射するとき、散乱角 θ と強度 I との関係は、以下の式で与えられる。

$$I = I_0 \left(\frac{\alpha k^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1 + \cos^2 \theta}{2r^2} \quad (1.1)$$

ここで、 α は分子の分極率、 k は光の波数、 ϵ_0 は真空の誘電率、 r は散乱光の観測距離である。光の波数 k と波長 λ との間には、 $k = 2\pi/\lambda$ の関係があるので、レイリー散乱の強度は波長の 4 乗に反比例する。また、 $1 + \cos^2 \theta$ は 0° と 180° で極大となることから、前方散乱と後方散乱が最も強いことがわかる。

1.4.2 ミー散乱

粒子のサイズが光の波長と同程度か、それ以上の場合はミー散乱となる。エアロゾルによる散乱はミー散乱であり、光の反射・屈折・回折をすべて含んだものとして説明される。強度 I_0 の光が入射するときの、散乱角 θ と強度 I との関係は、以下の式で与えられる。

$$I = I_0 \frac{|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2}{2k^2} \quad (1.2)$$

ここで、 S_1 と S_2 はそれぞれ散乱面に垂直な偏光成分と平行な偏光成分に対する散乱振幅であり、ルジャンドル多項式の級数で表現される。ミー散乱ではレイリー散乱と異なり前方散乱が後方散乱と比較して強く出る傾向が見られる。

1.5 夜空の明るさを測る

1.5.1 絶対値測定と比測定

測定を行う場合において、測定を行う対象のみを測定する「絶対値測定」と「比測定」がある。これらの方法の特徴は次の通りである。

■**絶対値測定** 測定器を用いて測定対象の物理量を直接測定する方法であり、すぐに測定値が出力される特徴がある。しかし、測定環境や経年変化による測定器の「ずれ」は減らせないため、あらかじめ値が分かっているものを定期的に測定し、較正を行う必要がある。

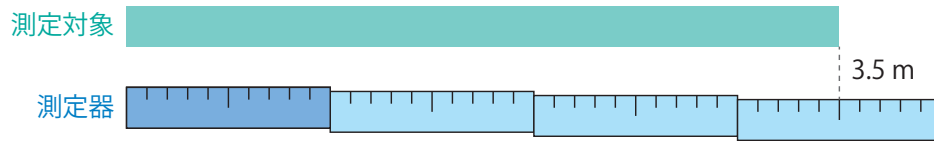
■**比測定** 測定器を用いて、測定対象と、あらかじめ値が分かっているものの比率を同時に測定方法である。測定ごとに測定器の「ずれ」を測定することで、このずれ影響を減らせることができ、較正の必要がないという特徴がある。

1.5.2 比測定のメリット

図 1.3 に比測定の例を示す。例えば、測定器 (1 m の定規) を使ってあるものの長さを測定する場合を考える。測定器が正確な場合、測定対象の長さを測定器で測定すると 3.5 m となった。この値は正確である。一方、実際の測定では測定器が常に正しいとは限らない。例えば定規の場合、温度によってその長さが伸び縮みしてしまう可能性がある。図 1.3 では測定器の長さが縮んでしまった場合を想定している。この場合、本来は 3.5 m であった測定対象の長さが 4 m と測定されてしまっている。しかし、同時に正しい 1 m の長さである基準となるものを測定しておけば、このずれは補正することができる。縮んだ測定器を使用してこの基準の長さを測定した値が 1.14 m であれば、次の式のように測定対象をほぼ正確に測定することができる。

$$4.0\text{m(測定値)}/1.14\text{m(基準になるものの測定値)} \times 1.0\text{m(基準になるものの長さ)} = 3.51\text{m} \quad (1.3)$$

【測定器が正確な場合】



【測定器が正確でない場合】

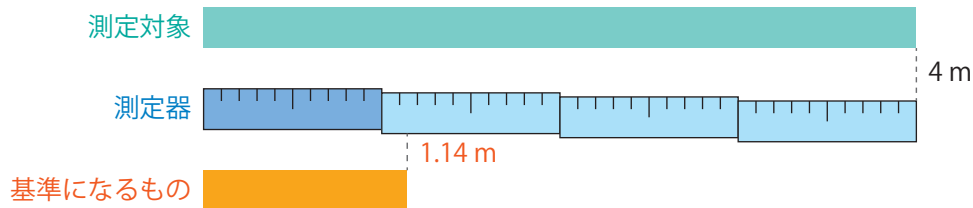


図 1.3 比測定の場合

1.5.3 夜空の明るさ測定方法の比較

日本で多く用いられている夜空の明るさ測定方法について、その特徴を比較したものを表 1.2 に示す。冷却 CCD を用いる方法は天文学では一般的であるが、コストが比較的高いため、特に教育現場等で安価な方法が求められている。一方で、デジタル一眼カメラを用いた方法は、近年の技術の進歩や普及により比較的採用しやすい。Sky Quality Meter-LE を用いた方法は、視野角が非常に低いことや、夜空の 1 点のみを測定することしかできず天候の事後検証が難しいことから積極的に使用することは控えたい。双眼鏡による観察は、その精度や再現性が測定者に依存してしまうデメリットはあるものの、大規模調査では統計的に有意な結果が得られることが期待できる方法である。

表 1.2 夜空の明るさ測定方法の比較

	冷却 CCD	デジタル一眼カメラ	Sky Quality Meter-LE	双眼鏡による観察
測定方法	◎比測定	◎比測定	○絶対値測定	○絶対値測定
視野角	◎ 0.1° 以下	◎ 0.1° 以下	×約 20°	◎ 0.1° 以下
測定次元	◎ 2 次元画像	◎ 2 次元画像	△ 1 点測定	◎ 2 次元画像
コスト	△¥150,000～	○¥50,000～	○¥40,000～	◎¥10,000～
自動測定	○可能だが複雑	◎可能	◎可能	×不可
特徴	天文学で一般的な観測法	全国星空継続観察で環境省が採用	光害の少ない地域向けの測定器	全国星空継続観察で 20 年以上実施

1.5.4 写真測光の原理

冷却 CCD やデジタル一眼カメラ等を用いて夜空の明るさを測定する写真測光の原理について説明する。この方法は比測定である。

デジタル一眼レフカメラを使用して夜空の明るさを測定する場合には、カメラやレンズの状態によって変化する感度を補正する必要がある。カメラに使用されている素子はモデルごとに異なることから、それらの補正の他、素子単体の製造ばらつきや温度変化にも考慮しなければならない。またレンズについても、その透過率や絞りの精度、ビネッティングによる周辺減光を考慮する必要がある。

デジカメ星空診断ではこれら感度の補正のため、夜空のバックグラウンドと同時にあらかじめ明るさの分かっている標準星を撮影し、この標準星の明るさを基準としてバックグラウンドの明るさを測定する方法を用いる。デジタルカメラを用いて標準星とその周辺のバックグラウンドを測定した例を図 1.4 に示す。図 1.4 の X 軸および Y 軸はカメラの素子を表しており、Z 軸は各素子で検出された光の強さを示している。一様に分布しているバックグラウンドに対し、日周運動で移動する標準星の星像が重なった結果となっている。

図 3.1 において、背景の明るさと標準星のカウント値との比、および標準星の等級から夜空の明るさを算出する。背景の明るさと夜空の明るさは比例関係となるが、カメラのモデルによって感度が異なるため、背景の明るさから直接夜空の明るさを計算することはできない。カメラの感度を補正するため、あらかじめ明るさのわかっている標準星を観測し、その等級とカウント値との比からカメラの感度を間接的に求めるのである。

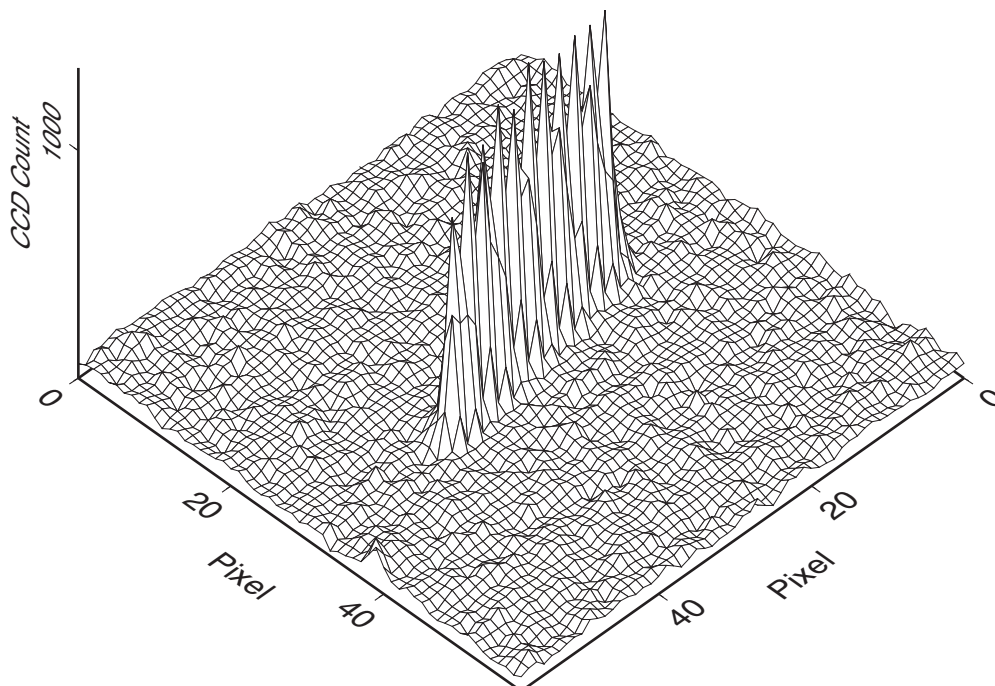


図 1.4 標準星とバックグラウンドの測定例

1.5.5 Sky Quality Meter のしくみ

比較的容易に夜空の明るさを測定できる Sky Quality Meter のしくみについて解説する。

Sky Quality Meter(SQM) は単素子のフォトダイオード (TAOS TSL237) を使用した測定器である。この測定器は、測定値が単位立体角あたりの等級で直接表示される絶対値測定である。初期タイプの SQM の他に、レンズ付きの SQM-L と、それらにネットワーク機能を追加した SQM-LE および USB 接続型の SQM-LU のバリエーションがある。

測光範囲の半値幅は、メーカー公表値で SQM で 42° 程度、SQM-L で 10° 程度とされている。図 1.5 に SQM-L の感度の視野角依存性の評価結果を示す。一般的な照明は、夜空と比較して 100 倍以上の明るさを持つため、照明の影響を避けるためには感度が中心と比較して 1000 分の 1 程度であればよいことになる。図 1.5 から、感度が 1000 分の 1、すなわち -7.5 等級/” □以下となるのは 80° 以上であり、それより内側の角度では照明の影響を受ける。このように、SQM は斜め上方からの光に弱いことが明らかになっている。よって、周囲に照明のある市街地で使用するのは困難である点に注意が必要である。図 1.6 に照明近傍におけるデジタル一眼カメラ、SQM-L の測定値の比較例を示す。照明から十分に離れた場所で測定される本来の明るさの値に比べて、照明の近くでは SQM の測定値が大きな値を示しており、影響を受けやすいことがわかる。

また、単素子の測定器であり雲や恒星の分離ができないことから、測定後に天候の確認ができない点や、天の川などの明るさが影響するような暗い夜空で使用できない点も注意すべきである。

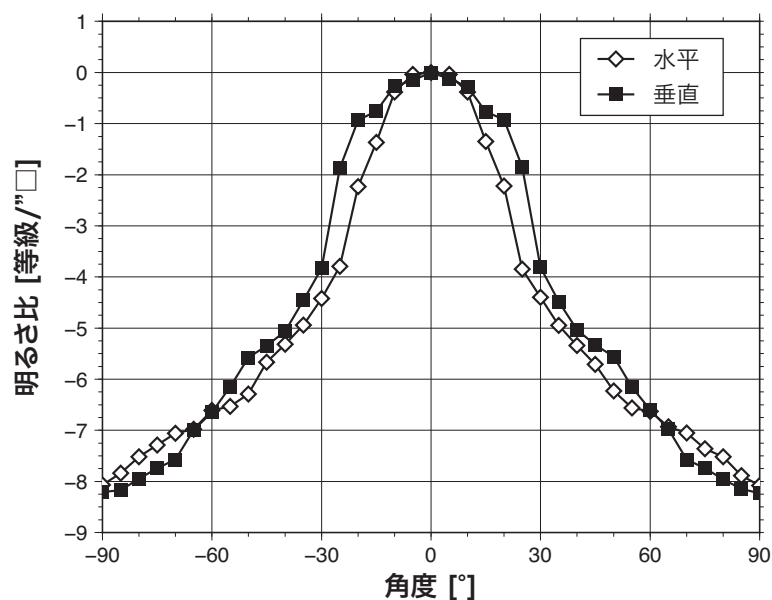


図 1.5 SQM-L の感度の視野角依存性の評価結果

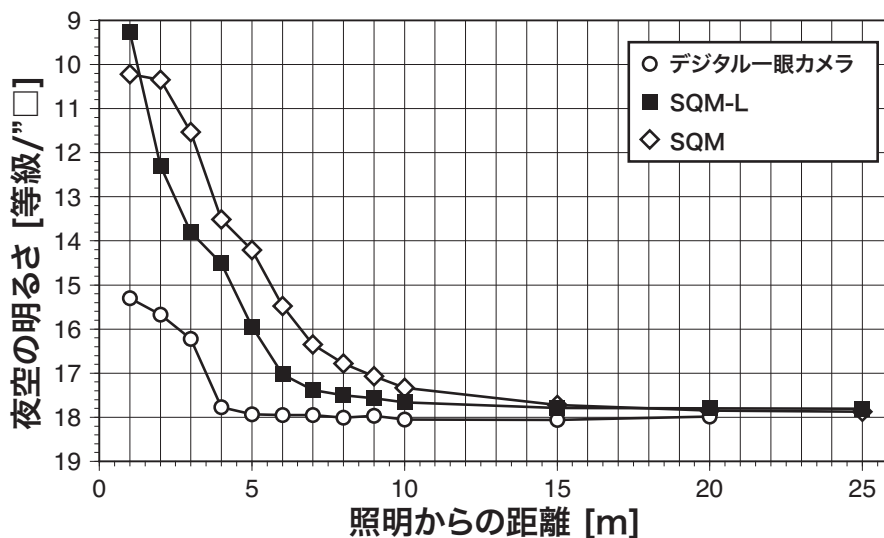


図 1.6 照明近傍におけるデジタル一眼カメラ, SQM-L の測定値の比較例

1.6 夜空の明るさとヒトの視感度

夜空の明るさの測定は、500～550 nm 程度の波長における明るさを基準としている。これは、図 1.7 に示すようにヒトの視感度がこの波長域に最も感度を持っており、人間が感じる夜空の明るさを最もよく表すことができるためである。この波長はおおよそ緑色であり、天文学で使用する可視光用のフィルタ (Johnson V) と比較的近い特性である。

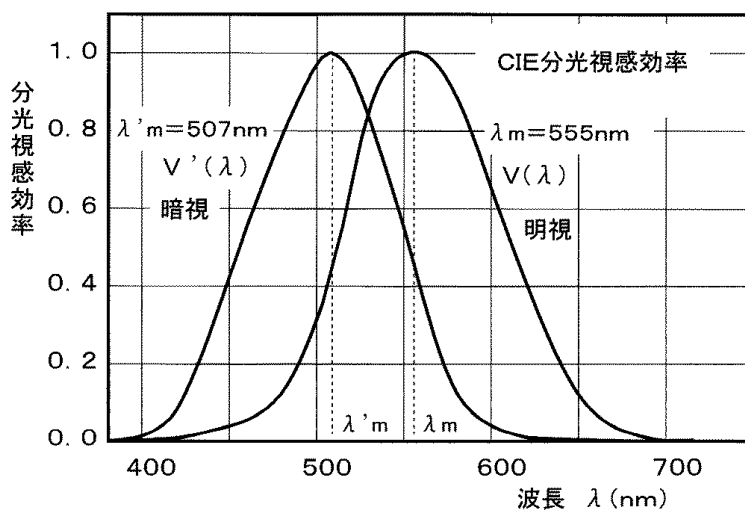


図 1.7 CIE 標準比視感度

1.6.1 デジタルカメラの波長特性

デジタルカメラは単色のセンサーを用いてカラー画像を得るために、それぞれの素子にカラーフィルターを配置している。図 1.8 にデジタル一眼レフカメラ (Canon EOS Kiss X4) の RGB 3 色分解波長特性の測定結果と Johnson V フィルタ特性の比較結果を示す。デジタル一眼レフカメラの G チャンネルと Johnson V フィルタはいずれも 530 nm 付近にピークを持っており、半値幅 100 nm 程度である。短波長側において若干特性に差異は見られるものの、半値幅の範囲においてはほぼ同様の分光特性を持っている。このため、デジタルカメラを用いて写真測光を行う場合、標準星の等級の値としては Johnson V 等級を用いることが望ましい。

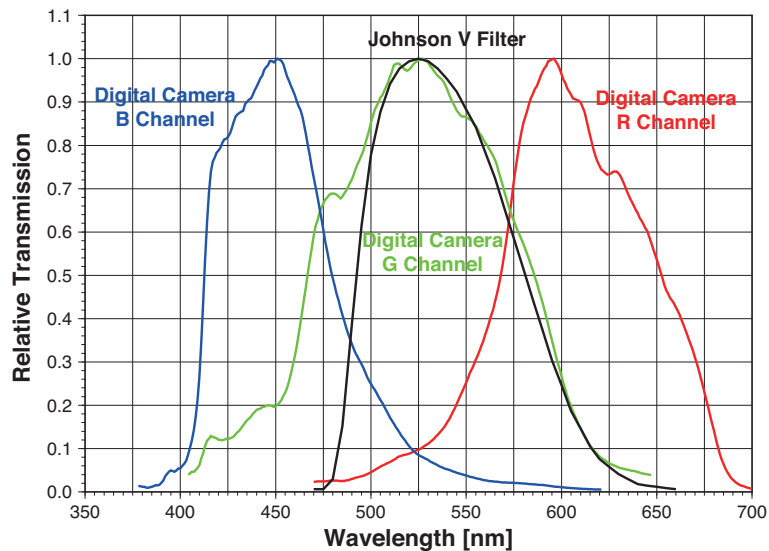


図 1.8 デジタル一眼レフカメラ (Canon EOS Kiss X4) の RGB 3 色分解波長特性と Johnson V フィルタ特性の比較

1.6.2 SQM-L の波長特性

Sky Quality Meter(SQM) はフォトダイオード (TAOS TSL237) とカラーフィルタ (HOYA CM-500) の組み合わせを採用している。これは、TSL237 がかなり広い波長特性を持っており、フィルタの組み合わせでヒトの眼に近い特性を得ようとしているためである。図 1.9 に、TSL237 と CM-500 とを組み合わせで求めた SQM-L の波長特性を示す。フィルタによって透過範囲が絞られているものの、Johnson V フィルタと比較すると広い波長範囲に感度を持っていることがわかる。

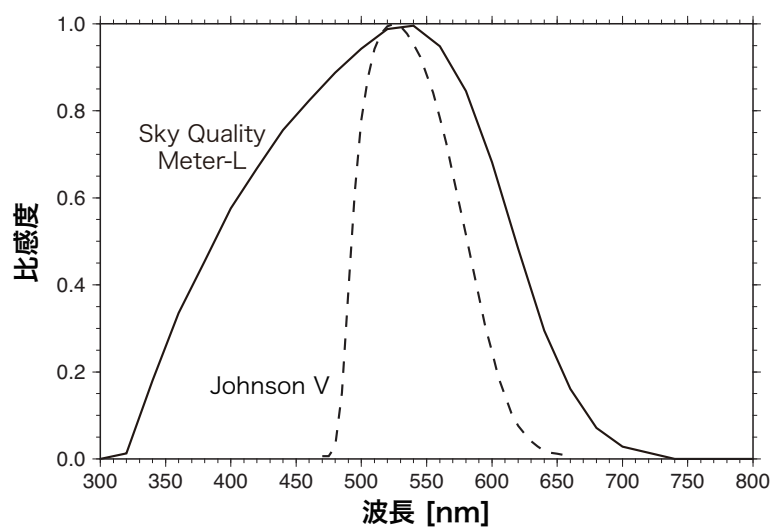


図 1.9 TSL237 と CM-500 とを組み合わせて求めた SQM-L の波長特性

第2章

デジタルカメラのしくみ

デジタルカメラに用いられている撮像素子（CCD センサーもしくは CMOS センサー）は、光の強度を電気信号に変換するフォトダイオードを使用している。フォトダイオードは光の強度を検出することができるが、色までは検出することができない。このため、フォトダイオードと適当なカラーフィルターと組み合わせて特定の色の強度を検出する素子を構成し、それらの配列を工夫することでカラー画像が得られるセンサーを作り出している。

カラーフィルターとして、光の三原色である RGB の3種類のフィルターを用いることが多い。民生用デジタルカメラのフィルター配列としては、ベイヤー配列やハニカム配列、それに Foveon 配列の3種類が多く用いられている。

2.1 使用できるカメラとレンズ

デジカメ星空診断では、カメラに入った光の強さをほぼ加工することなく保存できる RAW 形式に対応したカメラが必要である。一般的には、いわゆるミラーレスを含むレンズ交換式デジタル一眼カメラであれば RAW 形式で保存できる。また、一部の高級機種コンパクトカメラも RAW 形式の保存に対応している。古い機種の場合は感度不足となることがあるため、デジカメ星空診断では都市部での撮影を除き 2008 年以降に発売された機種を推奨している。

比測定による測定を行うため、レンズの透過率などに制約はないが、極端に焦点距離が長いとピクセルあたりの立体角が小さくなり、バックグラウンドの光量が不足するため避けるべきである。一方、極端に焦点距離が短いと標準星の光が単一のピクセルに集中し、センサーが飽和しやすくなるためこちらも望ましくない。よって、APS-C サイズのセンサーの場合 35 mm 前後の焦点距離で、開放 F 値が 5.6 よりも小さい（明るい）ものを使用すべきである。

2.2 カメラの種類

デジカメ星空診断で使用できるカメラとしては次の3種類がある。

■**レンズ交換式一眼レフカメラ** 構図あわせのため、撮影用のレンズを透過した風景をファインダーに導いて覗く形式のカメラであり、目的に応じてレンズが交換できるもの。一般的に『一眼レフ』といった場

合、この形式を指すことが多い。数万円のエントリーモデルから数十万円のハイアマチュア・業務用までラインナップが豊富である。ほぼすべての機種がRAW形式で保存できる。リモコンによるインターバル撮影や、ライブビューによる撮影画像の確認など撮影補助機能が多いのも特徴である。

■**レンズ交換式ミラーレス一眼カメラ** 前項のレンズ交換式一眼レフカメラから、ファインダーに導くレフレックス板を除いたもの。構図の確認は、メインのセンサーで取り込んだ画像を液晶モニターに映して行うものや、ファインダー形状の小さいモニタ (EVF: Electronic View Finder) に映すものがある。レフレックス板がないため、センサーサイズをそのまま小型化できるメリットがある。ファインダーの代わりにセンサーで高速に連続撮影した画像を表示するためにシャッタースピードが速くなり、暗い対象が見にくくなる欠点があるため、ピント合わせ等に苦勞することがある点に注意が必要である。

■**レンズ一体型コンパクトカメラ** レンズ交換ができない小型のカメラである。交換部分がないため小型化でき、防滴機能なども持たせられるメリットがある。一方で、小型のセンサーを使用していたり明るいレンズに交換できないため、必要な焦点距離や明るさが得られないデメリットもある。

2.3 標本化と量子化

デジタルカメラでは、センサーに入力されたアナログ量である光の強さをデジタル化して保存している。このデジタル化では、『標本化』と『量子化』という処理を行っている。図 2.1 に標本化と量子化の例を示す。標本化とは、空間方向に広がったアナログ量を決まった間隔で区切るものである。デジタルカメラの場合、ほとんどが正方形の格子状に横方向と縦方向に区切る 2 次元の標本化が多い。この標本化したピクセルの数を画素数と呼ぶ。一方、量子化とは区切った間隔ごとにアナログ量の強さを、例えば整数値のようなどびとびの離散値で表現する処理である。デジタルカメラでは、標本化後に 0 と 1 の 2 値で表現されるデジタル処理を行うため、この階調の深さを 2 のべき乗であるビットという単位で表現する。例えば、0~255 までの階調で量子化を行う場合は 8 ビット ($2^8 = 256$) であり、0~4095 までの階調で量子化を行う場合は 12 ビット ($2^{12} = 4096$) である。

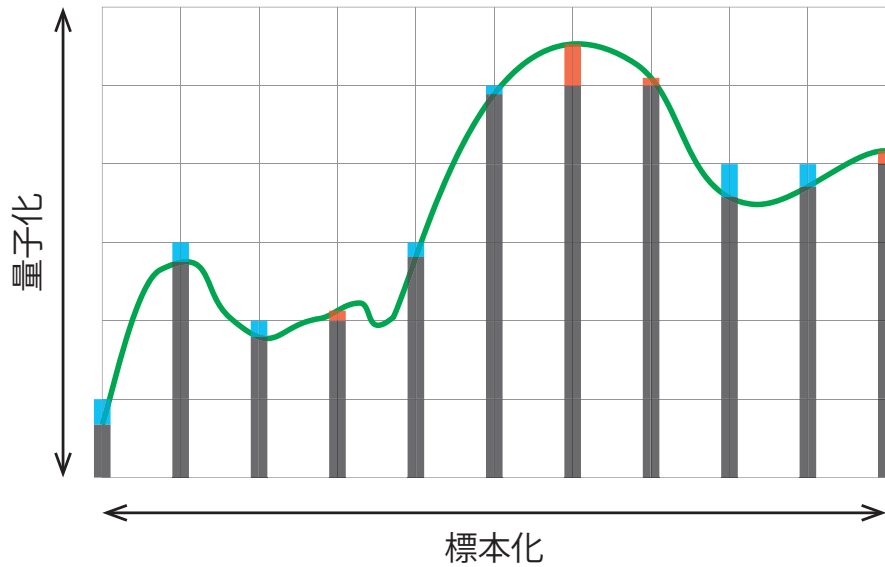


図 2.1 標本化と量子化の例

2.4 カラーフィルタ

デジタルカメラに用いられている撮像素子（CCD センサーもしくは CMOS センサー）は、光の強度を電気信号に変換するフォトダイオードを使用している。フォトダイオードは光の強度を検出することができるが、色までは検出することができない。このため、フォトダイオードと適切なカラーフィルタを組み合わせて特定の色の強度を検出する素子を構成し、それらの配列を工夫することでカラー画像が得られるセンサーを作り出している。

カラーフィルタとして、光の三原色である RGB の 3 種類のフィルタを用いることが多い。民生用デジタルカメラのフィルタ配列としては、ベイヤー配列やハニカム配列、Foveon 配列や X-Trans 配列が多く用いられている。

2.4.1 ベイヤー配列

デジタルカメラの RGB 素子配列の中で最も多く用いられている配列である。ベイヤー配列の例を図 2.2 に示す。4 素子を 1 組として、R 素子 1 つ、G 素子を 2 つおよび B 素子を 1 つを組み合わせた配列である。人間の目の感度は緑色にピークを持っていることから、G 素子を多く配列することで分解能を高めている。この方式は 1976 年の米国特許 [7] が元になっている。



図 2.2 バイヤー配列

2.4.2 ハニカム配列

富士フィルムが開発した素子配列で、六角形状にカラー素子が配列されている。このため、画素ピッチを $\sqrt{3}/2$ まで狭くすることが可能である。図 2.3 に素子配列を示すが、素子配列が格子状になっておらず、素子位置を XY 座標で示すことができない。このため、画像処理を行うには非常に手間がかかる配列である。また、色情報を検出する RGB 素子の他に光の強度を検出する L 素子が加えられているのも特徴である。

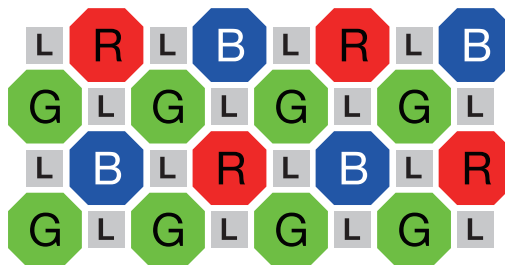


図 2.3 ハニカム配列

2.4.3 Foveon 配列

Foveon 社 (現シグマ) が開発した素子配列である。図 2.4 に素子配列を示す。波長ごとに異なる深さのセンサ層を用いて受光する方法であり、従来の方法に比べ等画素ピッチでの画素数を 3 倍に増やすことができる。また、原理的に偽色を生じない。一方で、高感度化が課題となっており、夜空の明るさ測定に使われている例はほとんど見ない。

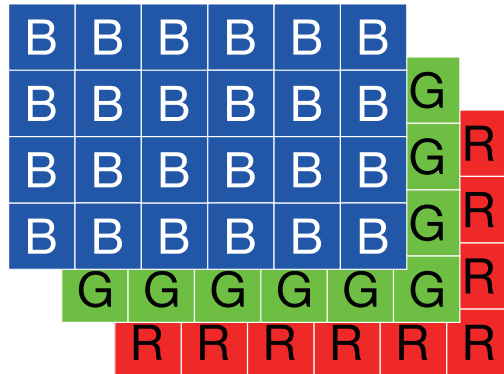


図 2.4 Foveon 配列

2.4.4 X-Trans 配列

富士フィルムが開発した素子配列で、図 2.5 のように G チャンネルを増やしたもの。ベイヤー配列が 2×2 の配列を基本としているのに対して、 3×3 の配列を 2×2 の周期で配置したもの。同じパターンの並びが発生する周期がベイヤー配列の 2×2 に対し、 6×6 と広がるため偽色の発生が抑えられ、ローパスフィルタが不要になるというメリットがある。



図 2.5 X-Trans 配列

2.4.5 カラーフィルタの波長特性

CCD などを用いて天体の明るさを測定する際に標準化されたフィルタ・システムの一つとして、Johnson の UBV システムおよび Cousins の RcIc システムが知られている。これらのシステムのうち、可視光領域の BVRc の特性を図 2.6 に示す。天体および夜空の明るさを測定する際には、これらの標準システムと実際に使用するフィルタとの差による色効果を考慮する必要がある。

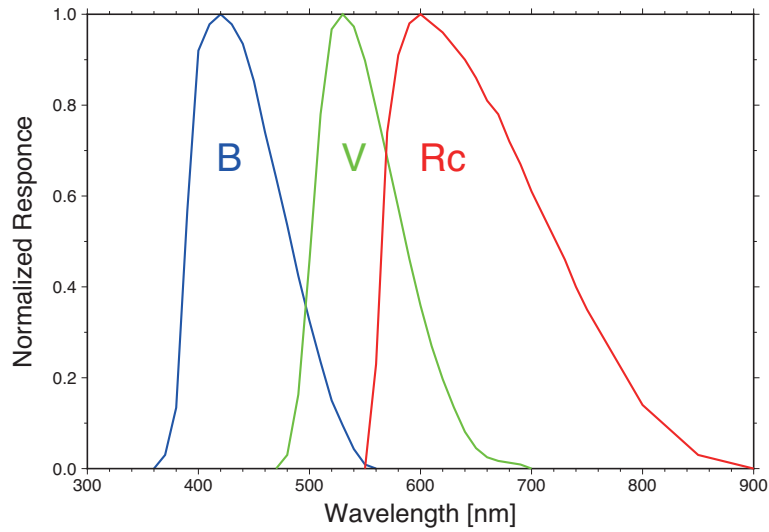


図 2.6 Johnson および Cousins の BVRc の特性

デジタルカメラは、単色のセンサーを用いてカラー画像を得るために、それぞれの素子に RGB からなるカラーフィルターを配置している。図 2.7 にデジタル一眼レフカメラ (Canon EOS Kiss X4) の RGB 3 色分解波長特性の測定結果と Johnson V フィルタ特性の比較結果を示す。デジタル一眼レフカメラの G チャンネルと Johnson V フィルタはいずれも 530 nm 付近にピークを持っており、半値幅 100 nm 程度である。長波長側において若干特性に差異は見られるものの、半値幅の範囲においてはほぼ同様の分光特性を持っている。このため、デジタルカメラを用いて写真測光を行う場合、標準星の等級の値としては Johnson V 等級を用いることが望ましい。

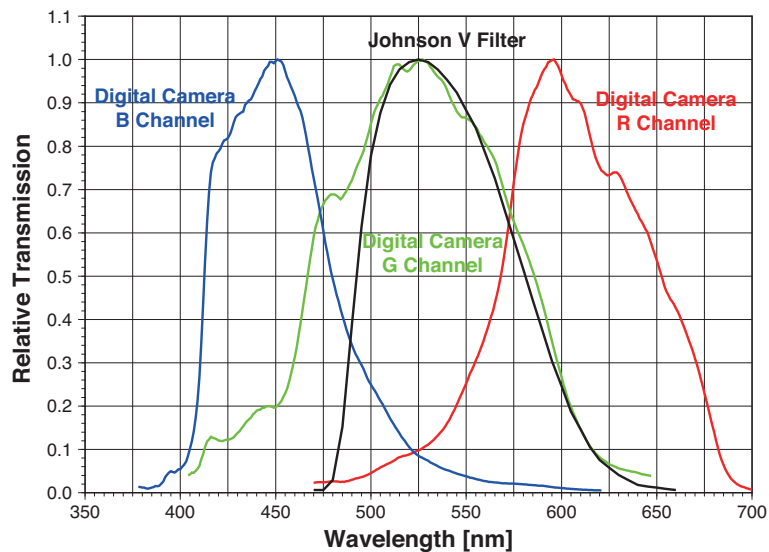


図 2.7 デジタル一眼レフカメラ (Canon EOS Kiss X4) の RGB 3 色分解波長特性と Johnson V フィルタ特性の比較

2.4.6 偽色

デジタルカメラはカラーフィルタをとびとびに配置しているため、本来ない色が画像に現れることがある。これを「偽色」と呼んでおり、恒星などの小さな光の点を撮影した場合に現れやすい。図 2.8 に偽色の発生例を示す。図 2.8 では、真っ黒な背景に円形の白い光が入力された場合を仮定している。このとき、RGB の各素子は入力された光の量に応じた値を出力する。ところがそれぞれの素子には RGB の色が割り当てられているため、本来は白い色が入力されたはずなのに円の縁では白ではない色が発生してしまう。

偽色の発生を抑えるためには、光学的ローパスフィルタなどでわざと像をぼかして RGB 各素子に光が入力される工夫をしている。

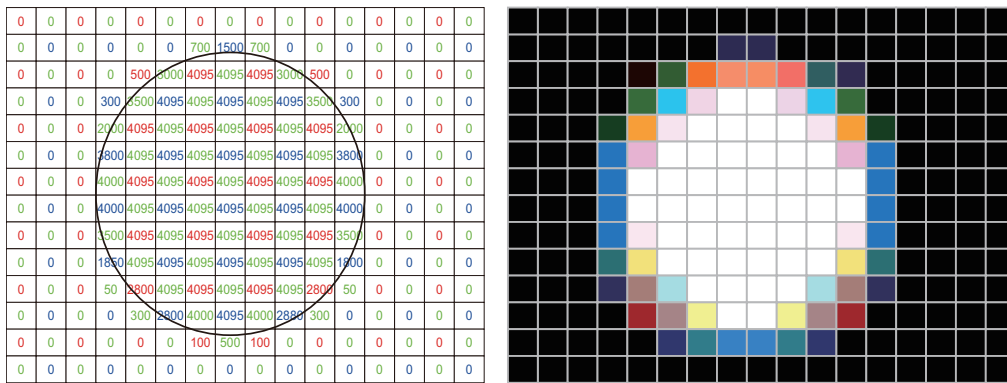


図 2.8 偽色の発生例

2.4.7 raw2fits における対応

星空公園で公開している、raw2fits はデジタル一眼カメラの RAW ファイルを FITS 画像 (FITS ファイル) に変換する。この FITS 画像とは、天文学の世界における画像を含むデータの国際的標準規格である。画像が圧縮されている JPEG 画像とは異なり、非圧縮で情報が保存されている。raw2fits を使用した場合、図 2.9 に示すようなベイヤー配列の分解が行われる。また、FUJIFILM の X-Trans 配列の場合は図 2.10 のように 3×3 ピクセルごとに分解が行われる。



図 2.9 raw2fits によるベイヤー配列の分解



図 2.10 raw2fits による X-Trans 配列の分解

2.5 感度特性曲線

以前まで計算機の表示装置として用いられていた CRT(Cathode Ray Tube) は、入力された RGB の強さ x に対して表示される明るさ y がおよそ以下の式の関係になるガンマ特性と呼ばれる性質を持っていた。

$$y = x^\gamma \quad (2.1)$$

ここで、 γ はおよそ 2.2 である。この係数 γ は、表示装置が液晶ディスプレイに置き換わった後も引き継がれ、『ガンマ値』と呼ばれている。表示装置がこのような特性を持っているため、デジカメやスキャナといった入力装置は、このようなガンマ値を持った装置で表示されることを想定し、逆の特性を加味する『ガンマ補正』という処理が行われている。ガンマ特性とガンマ補正を図 2.11 に示すが、デジタルカメラによって撮影された画像にはこのガンマ補正によって特性カーブが変わっている可能性がある。また、撮影した画像をそのまま保存している RAW 形式で保存した場合でも、画像処理ソフトによってはこのガンマ補正を行うものもあるため、測定に際してガンマ補正がなされているかどうかを確認しておく必要がある。

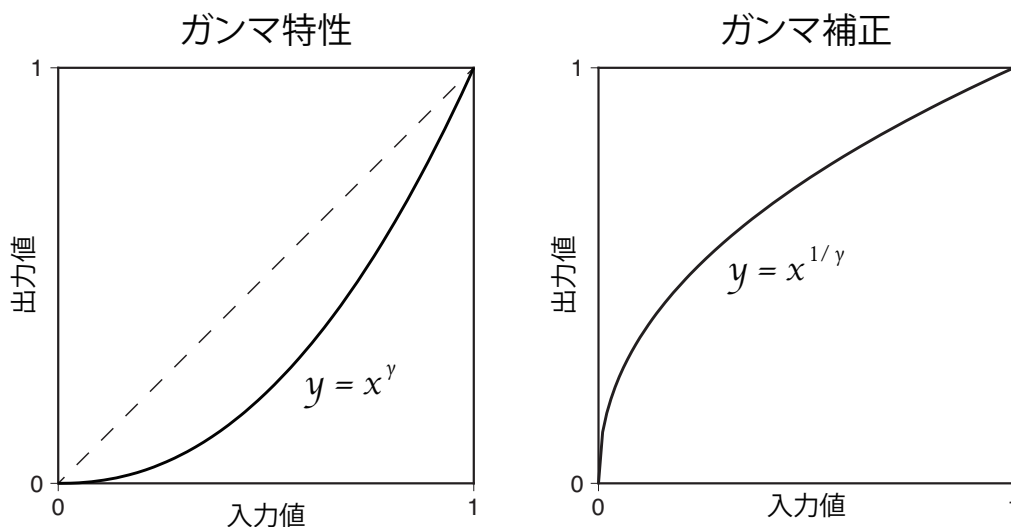


図 2.11 ガンマ特性とガンマ補正

例として図 2.12 に SONY Image Data Converter を使用した際のガンマ特性の測定例を示す。本来は、入射した光に比例したセンサー出力が望ましいが、ガンマ補正のために緩やかなカーブを描く特性になっていることがわかる。

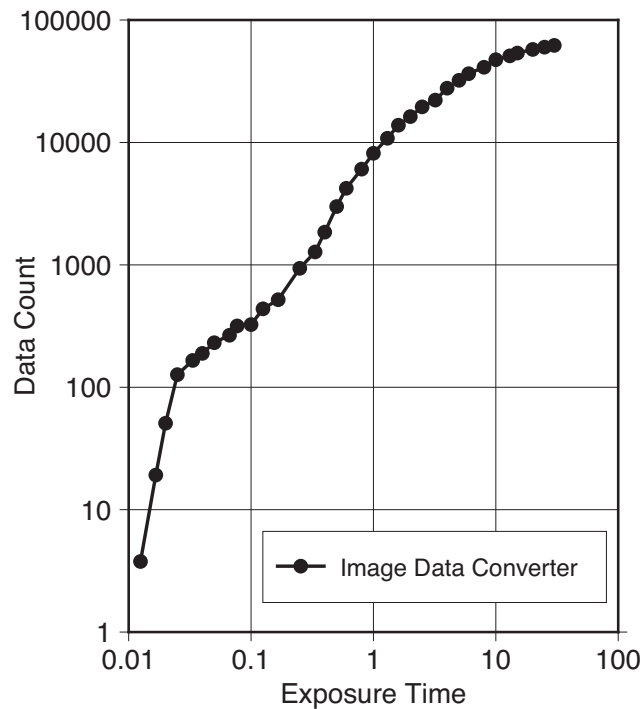


図 2.12 SONY Image Data Converter を使用した際のガンマ特性の測定例（仁木敬子氏による）

図 2.13 および図 2.14 に、デジタル一眼レフカメラに用いられている CMOS イメージセンサ、および CCD イメージセンサの感度特性曲線を示す。横軸は相対露光量であり、縦軸はカウント値である。ここで相対露光量とは、ある光量を基準として露光量を 10 を底とする対数で示したものである。図 2.13 および図 2.14 より、撮像デバイスによらずほとんどのセンサが良い直線性を示していることが分かる。

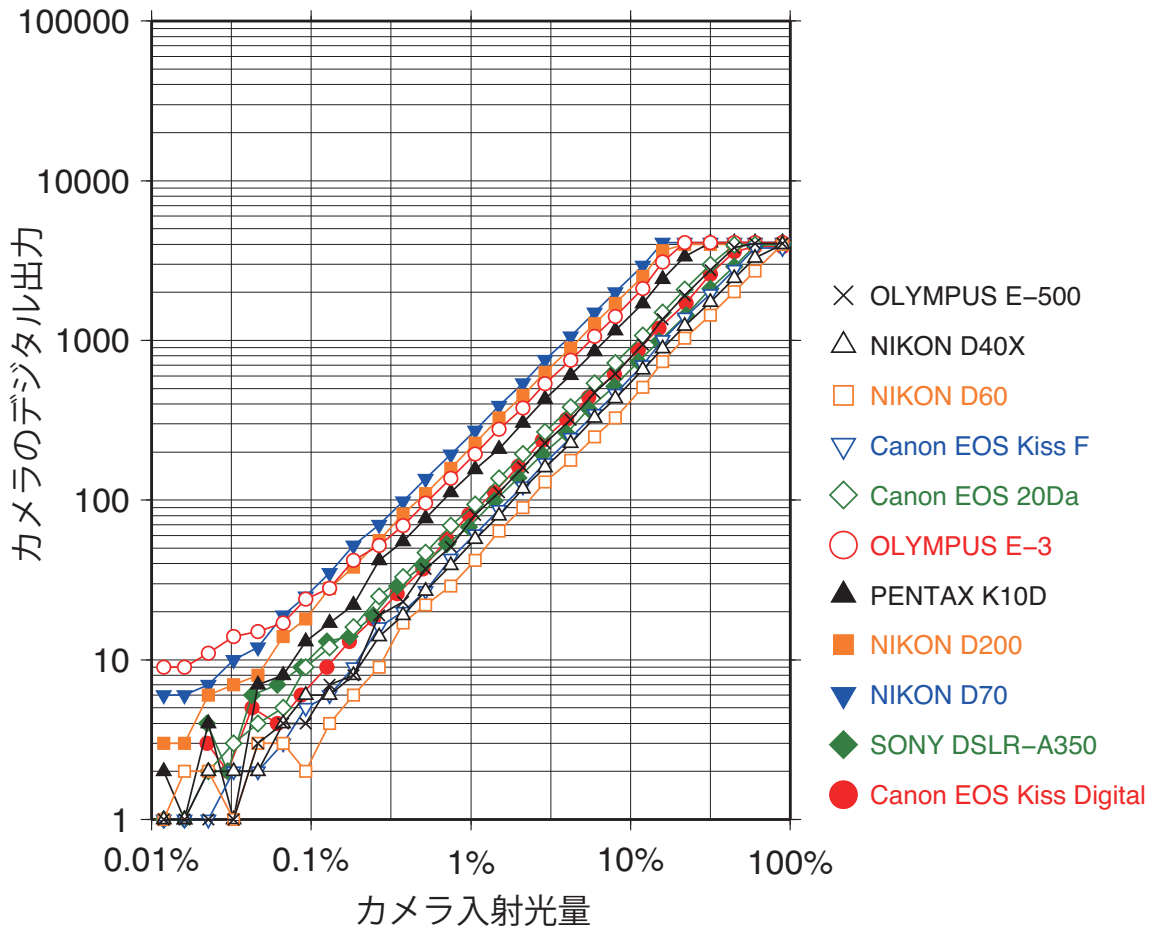


図 2.13 デジタル一眼レフカメラの感度特性曲線測定結果 (12 bit 機種)

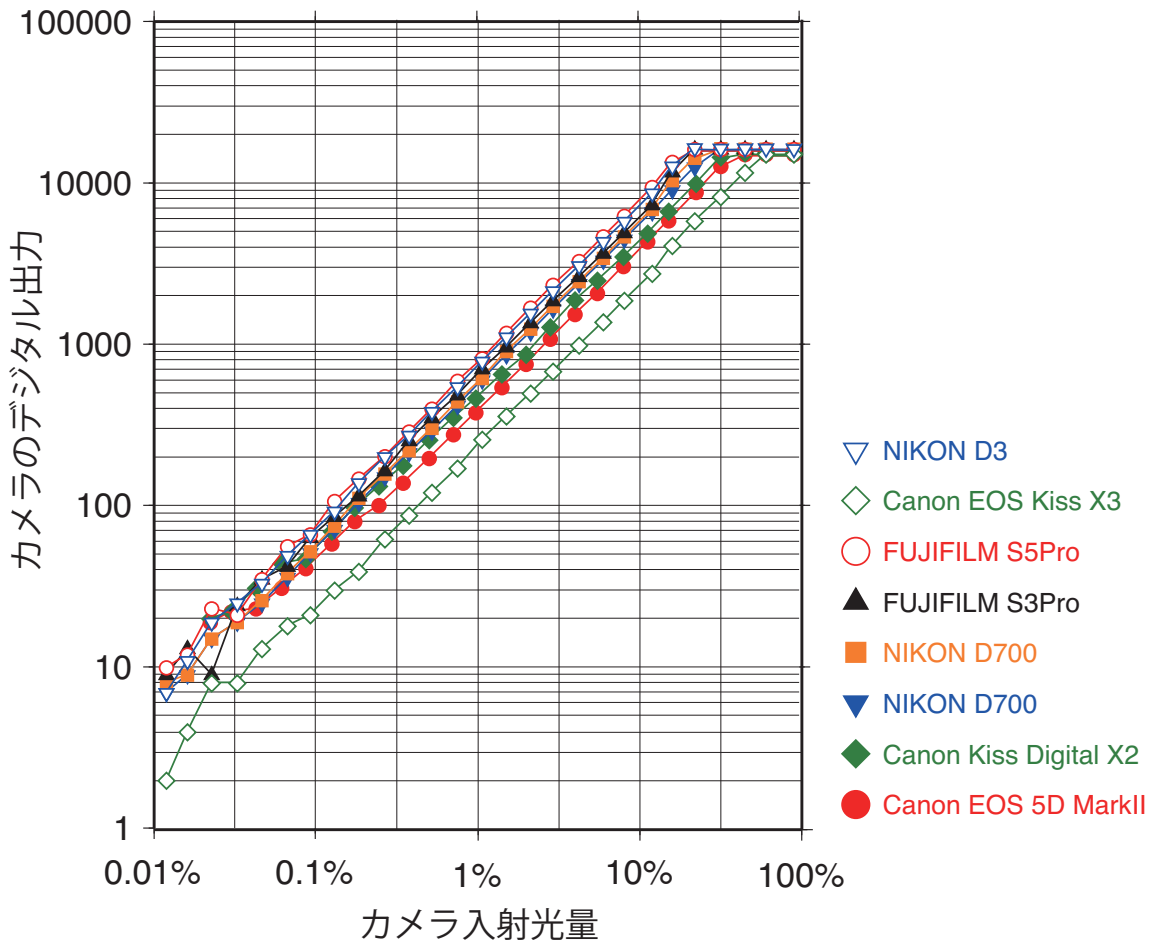


図 2.14 デジタル一眼レフカメラの感度特性曲線測定結果 (14 bit 機種)

2.6 シャッタースピード

カメラの設定シャッタースピードと実際のシャッタースピードに差がある場合があるため注意が必要である。カメラ内部で2のべき乗でシャッター時間を制御している場合、例えば1秒以上のシャッタースピードは、1秒、2秒、4秒、8秒、16秒、32秒となるが、このうち16秒と32秒についてわかりやすさのために15秒、30秒と表示するものがある。このため、30秒に設定した場合でも実際の露出時間は32秒になることがある。デジカメ星空診断では恒星と背景の明るさの比率を求めるため、この違いは問題にならないが、例えばシャッタースピードと背景のカウント値の比較を行う際などには注意が必要である。

2.7 素子サイズと画素あたりの立体角

デジタルカメラのセンサーのサイズと画素数はモデルにより異なるため、使用する素子サイズもモデルごとに異なった大きさになっている。このため、画像処理の際には使用するカメラの画素あたりの立体角を把握しておく必要がある。

センサーサイズを $a \text{ mm} \times b \text{ mm}$, 画素数を P とすると素子サイズ $d \text{ mm}$ は

$$d = \sqrt{\frac{a \times b}{P}} \quad (2.2)$$

で求められる。例えば, Canon EOS Kiss X50 の場合, センサーの幅が 22.0 [mm], 高さが 14.7 [mm], 画素数が 1220 万画素であるので, 素子サイズは 5.15 [μm] となる。

一方で, 素子サイズ $d \text{ mm}$ のカメラに対して焦点距離 $f \text{ mm}$ の光学系を使用した場合, 画素あたりの立体角 θ [°] は, 図 2.15 に示すように,

$$\theta = 2 \times \tan^{-1} \left[\frac{d}{2f} \right] \times 3600 \quad (2.3)$$

で表される。例えば前述の EOS Kiss X50 と 50 mm のレンズを組み合わせた場合, 1 ピクセルあたりの立体角 θ [°] は,

$$\theta = 2 \times \arctan \left[\frac{5.15 \times 10^{-3}}{2 \times 50} \right] \times 3600 = 21.25 \quad (2.4)$$

となる。

個々で注意すべきなのは, これら 1 ピクセルあたりの立体角は RGB すべてのチャンネルを使用した場合である。一部のチャンネルを使用する場合には, 配列によって立体角が異なるので注意が必要である。例えば Bayer 配列のカメラを使用し, 前述のように人間の眼の特性に近い G チャンネルのみ取り出して測定する場合, 撮像素子全体の画素数が半分になることから 1 ピクセルあたりの立体角は RGB すべてのチャンネルを使用した場合の $\sqrt{2}$ 倍になる。例えば EOS Kiss X50 と 50 mm のレンズを組み合わせた場合, 1 ピクセルあたりの立体角 θ [°] は,

$$\theta = 21.25 \times \sqrt{2} = 30.05 \quad (2.5)$$

である。

2.8 素子ノイズ

CCD および CMOS センサには, 読み出しノイズ, 暗電流によるサーマルノイズがある。夜空の明るさの測定においては, バックグラウンドのカウント値を評価していることから, これらのノイズを適切に取り除くことが必要である。一般的には, 撮影したオブジェクトフレームに対して, ダークフレームを減算することでこれらのノイズを取り除いている。また, デジタル一眼レフカメラには「ノイズ低減機能」が設けられていることが多い。これらの機能を用いることも可能である。

※ ISO 感度とノイズの関係, ノイズ低減機能の効果を記載予定。

2.9 素子の感度ばらつき

CCD および CMOS センサは, 個々の素子の感度に若干のばらつきがある。これらは単素子を使った測定の場合に特に問題になる。

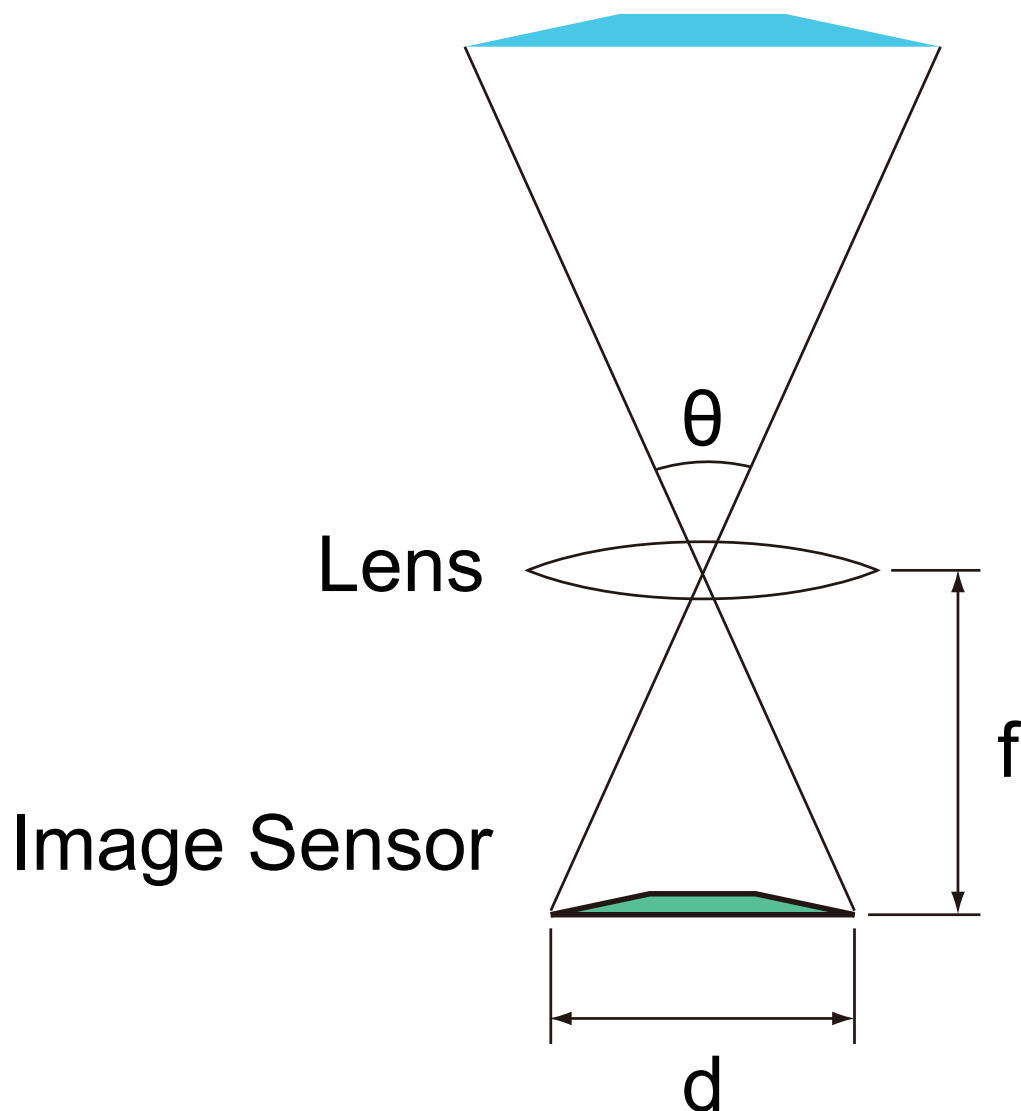


図 2.15 素子サイズと立体角の関係

図 2.16 にレンズ（開放 F3.5）の F4.0 におけるダークフレームおよびフラットフィールドの測定例を示す。測光時にはある程度狭い範囲の測定を行なうため、フラットフィールドについて 31 ピクセルの移動平均を差し引いたものを求めた。一方ゲインばらつきは、移動平均を差し引いたフラットフィールドから分かるように $\pm 1.0\%$ 以下であり、測定結果に与える影響は ± 0.01 [mag arcsec⁻²] 以下と小さい。フラットフィールドの測定は技術的に難しいことから、夜空の明るさの測定時にゲインばらつきの補正は省略できると考えられる。

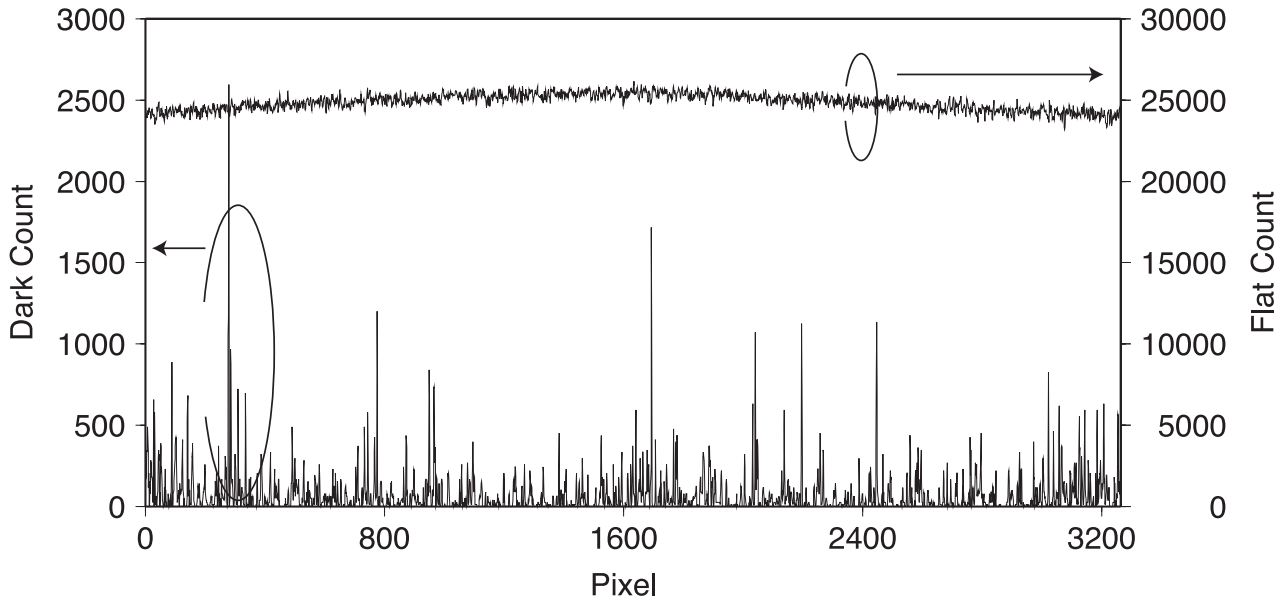


図 2.16 ダークフレームおよびフラットフィールドの測定例 (F 4.0)

2.10 カメラのデータフォーマット

デジタル一眼レフカメラは、機種ごとに異なるいくつかのデータフォーマットを採用している。ここでは、主なフォーマットについてその特徴を示す。

2.10.1 JPEG

JPEG(Joint Photographic Experts Group) は、コンピュータで使われる画像の保存形式の一つであり、ほとんどが不可逆圧縮で使用される。ほとんどすべてのカメラで採用されているが、画像を周波数成分に変換した後、使用頻度の低いデータを削除してしまう不可逆圧縮のため、デジカメ星空診断のような測定用途には使用できない。ファイル拡張子は“.jpg”もしくは“.jpeg”である。

2.10.2 TIFF

TIFF(Tagged Image File Format) は、コンピュータで使われる画像の保存形式の一つであり、16 bit フォーマットに対応しており、可逆圧縮を行うこともできる。いくつかのモデルで保存形式として採用されているが、保存時にガンマ特性を意図的に変化させて保存することが多いため、測光用途として用いる場合にはガンマ特性を確認した上で使用する必要がある。ファイル拡張子は“.tif”もしくは“.tiff”である。

2.10.3 独自 RAW 形式

デジタル一眼レフカメラでは、カメラメーカー独自の RAW 形式が採用されていることが多い。撮影したデータをほとんど加工することなく保存できる形式であるため、デジカメ星空診断のような測光用途に向いている形式である。ただし、メーカーごとに保存フォーマットが異なるため、読み出しにはそれぞれのフォーマットに対応したソフトウェアが必要である。また、SONY ARW の一部では不可逆圧縮保存を行っているため、使用する場合には注意が必要である。ファイル拡張子はメーカーごとに異なる。以下に主なメーカーとその拡張子を示す。

Canon .crw もしくは .cr2

FUJIFILM .raf

NIKON .nef

OLYMPUS .orf

Panasonic .rw2

PENTAX .pef

Sony .arw

2.10.4 DNG

DNG(Digital Negative) は、Adobe Systems によって開発された画像の保存形式であり、カメラメーカー間で統一されていない RAW フォーマットに互換性を持たせる目的で開発された。Adobe から提供されている DNG Converter を使用することで、カメラメーカー独自の RAW 形式から変換することができる。PENTAX など数種類のモデルでは、カメラの保存フォーマットとして採用されている。保存されているデータはメーカー独自の RAW 形式とほぼ同等であり、デジカメ星空診断のような測光用途に向いている形式である。ファイル拡張子は “.dng” である。

2.10.5 ARW

SONY の RAW 形式である ARW には、非可逆圧縮である ARW2 がある。比較的最近の機種に採用されており、以下の方式で保存されている。非可逆圧縮であるため、保存したデータが場合によって失われることがある。

■**センサーからのデータの変換** センサーからの入力値は、ある決まったバイアス値が上乗せされている。例えば、 α 7R の場合は 512 である。この値を図 2.17 の変換曲線で圧縮し、11bit データとする。

■**データの分割** データのそれぞれの行を 32 ピクセルごとに分割する。分割後のブロックには 2 色の情報が含まれている。奇数の行にはそれぞれ 16 ピクセルの R チャンネルと G チャンネルが、偶数の行にはそれぞれ 16 ピクセルの G チャンネルと B チャンネルが含まれる。

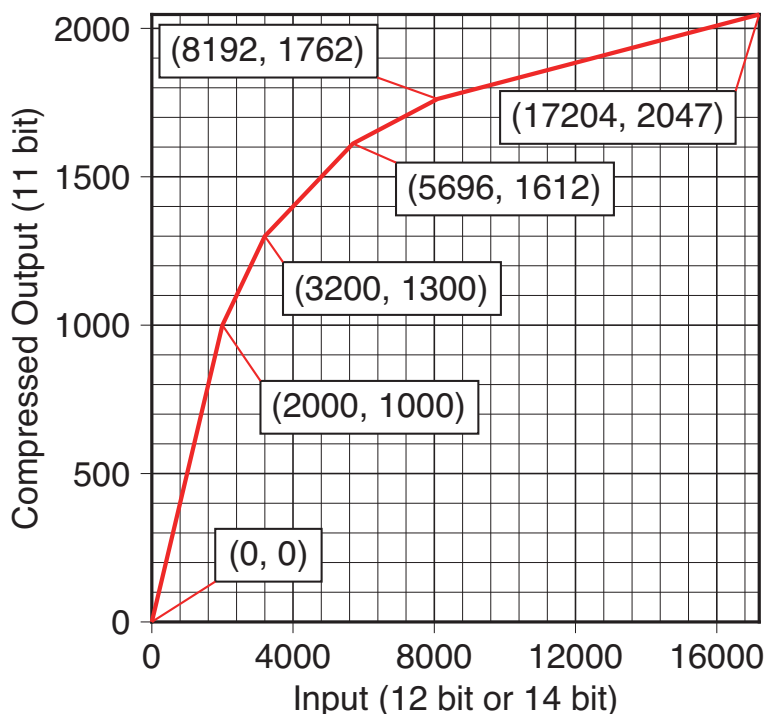


図 2.17 ARW2 の変換曲線

■データの圧縮 各色 16 ピクセルのデータごとに表 2.1 に従って圧縮を行う。Max はブロック内の最大値を、Min は最小値を表す。Offset は、Max と Min の値のブロック先頭からの位置を表す。

表 2.1 ARW2 のブロック内要素

Max	Min	Offset of Max	Offset of Min	Delta 1	Delta 2	...	Delta 13	Delta 14
11 bit	11 bit	4 bit	4 bit	7 bit	7 bit	...	7 bit	7 bit

また、Delta は次の式に従って計算される。

$$DataSpan = Max - Min \quad (2.6)$$

$$Step = 2^{\text{round}(\log_2(DataSpan/128))} \quad (2.7)$$

$$Delta = (PixelValue - Min)/Step \quad (2.8)$$

$$(2.9)$$

ここで、round は整数の丸め関数である。ブロックの長さは、 $2 \times 11 + 2 \times 4 + 14 \times 7 = 128$ bits である。16 ピクセルのデータを 128 ビットに圧縮することから、1 ピクセルあたり 1 バイトの圧縮が得られる。

16 ピクセルのブロック内の最大値と最小値の差が大きく、DataSpan が大きくなった場合、Step の値は大きくなる。DataSpan が 128 以下の場合、Step は 1 であり、Delta の算出の際に丸め誤差は発生しないが、DataSpan が 128 よりも大きくなった場合、丸め誤差が発生する。このためブロック内の明るさの変化が大きくなった場合、そのブロック内の値は正確さが失われていることになる。

2.11 Exif

Exifとは、Exchangable image file formt for digital still camerasの略で、一般社団法人 電子情報技術産業協会 (JEITA) と一般社団法人 カメラ映像機器工業会 (CIPA) が定めた「デジタルスチルカメラ用画像ファイルフォーマット」である。これはデジタルカメラで記録される画像や音声、タグのフォーマットであり、カメラやレンズの情報、撮影時の時刻や条件などを記録可能である。これらのタグは、JPEGやRAW画像に用いられており、画像ファイル内に撮影日時や使用したカメラ、絞りやシャッタースピードなどの撮影情報が含まれている。デジタルカメラで撮影された画像を処理する際にこれらのタグデータを使用することで、撮影情報の管理が容易になる。

第3章

測光手法

デジタル星空診断では、デジタル一眼レフカメラで撮影された画像から夜空の明るさを求める。ここでは、明るさの測定原理を示す。

3.1 恒星の明るさ

恒星の明るさの表現について、夜空で最も明るい恒星を25個を1等星とし、暗いものを6等星とする方法がヒッパルコスによって用いられていた。現在の天文学でも、この考え方を基準にした単位が用いられている。

ヒッパルコスは見た目の明るさから恒星を6段階に分類していたが、この方法だと、たとえば1等星と2等星の中間の明るさを表現することはできなかった。後の調査で、1等星と6等星の差は約100倍であることが分かったことから、19世紀にポグソンが明るさの比100倍を5等級と定義しなおした。このことから、明るさが10倍変化すると等級としては半分である2.5等級変わることになる。例えば、ある恒星AとBのそれぞれの明るさが I_a 、 I_b であるとする。このとき、AとBとの等級の差 ΔM は、

$$\Delta M = 2.5 \log \frac{I_a}{I_b} \quad (3.1)$$

となる。

3.2 標準星との比測定

デジタル一眼レフカメラを使用して夜空の明るさを測定する場合には、カメラやレンズの状態によって変化する感度を補正する必要がある。カメラに使用されている素子はモデルごとに異なることから、それらの補正の他、素子単体の製造ばらつきや温度変化にも考慮しなければならない。またレンズについても、その透過率や絞りの精度、ビネッティングによる周辺減光を考慮する必要がある。

デジタル星空診断ではこれら感度の補正のため、夜空のバックグラウンドと同時にあらかじめ明るさの分かっている標準星を撮影し、この標準星の明るさを基準としてバックグラウンドの明るさを測定する方法を用いる。デジタルカメラを用いて標準星とその周辺のバックグラウンドを測定した例を図3.1に示す。図3.1のX軸およびY軸はカメラの素子を表しており、Z軸は各素子で検出された光の強さを示し

ている。一様に分布しているバックグラウンドに対し、日周運動で移動する標準星の星像が重なった結果となっている。

この図 3.1 において、バックグラウンドのカウント値は1素子あたり C_{bk} である。このカウント値は同じ明るさの夜空を撮影した場合でも、素子サイズによって変化することに注意が必要である。すなわち、素子サイズが大きい場合は広い範囲の光を集めるためにカウント値は大きくなり、反対に素子サイズが小さい場合はカウント値は小さくなる。撮影した素子ごとに明るさが変わると、異なるカメラでの比較が困難であるため、デジカメ星空診断では1平方秒角あたりの明るさを単位として用いている。よって、以下の式 3.2 を用いて1平方秒角あたりのバックグラウンド強度 I_{bk} を求める。

$$I_{bk} = \frac{C_{bk}}{\theta^2} \quad (3.2)$$

次に、感度を補正するために撮影された標準星のカウント値を求める。標準星のカウント値 C_{star} は、図 3.1 全体のカウント値 C_{total} と素子数 N 、さらに先に出てきたバックグラウンドのカウント値 bk とを用いて、式 3.3 のように表される。

$$C_{star} = C_{total} - N \times bk \quad (3.3)$$

夜空の明るさは面光源であり、測定面積が広がるほどカウント値は大きくなるのに対し、恒星は点光源であることから測定面積にはよらない。このため、標準星のカウント値については素子サイズによらない点に注意が必要である。

最後に、バックグラウンド強度 I_{bk} と標準星のカウント値 C_{star} との比、および標準星の等級 M_{std} より、素子によらないバックグラウンドの明るさ M_{bk} を式 3.4 のように求める。デジカメ星空診断では明るさの単位として、恒星の明るさと同じ等級を用いるため、強度の比を対数を用いて示している。また、夜空の明るさが明るいほど M_{bk} の値が小さくなるよう、係数をマイナスとしている。

$$M_{bk} = -2.5 \log \frac{I_{bk}}{C_{star}} + M_{std} \quad (3.4)$$

3.3 スペクトル型

恒星は図 3.2 に示すように固有のスペクトル型を持っている。これは、恒星の表面温度によるものである。表面温度が高い恒星ほど波長が短く青白い光を放ち、表面温度が低い恒星ほど波長が長く赤い光を放つ。夜空の明るさの測定には、人間の目の感度の高い可視領域での明るさを基準とするため、極端に温度の低い赤い恒星や、温度の高い青白い恒星を基準とすると誤差が発生しやすい。このため、なるべく平均的な B~K 型の恒星を使うことが望ましい。

3.4 バックグラウンドの求め方

夜空の明るさを求めるためには、図 3.1 からバックグラウンドのカウント値を算出する必要がある。ここではいくつかの算出方法を紹介する。

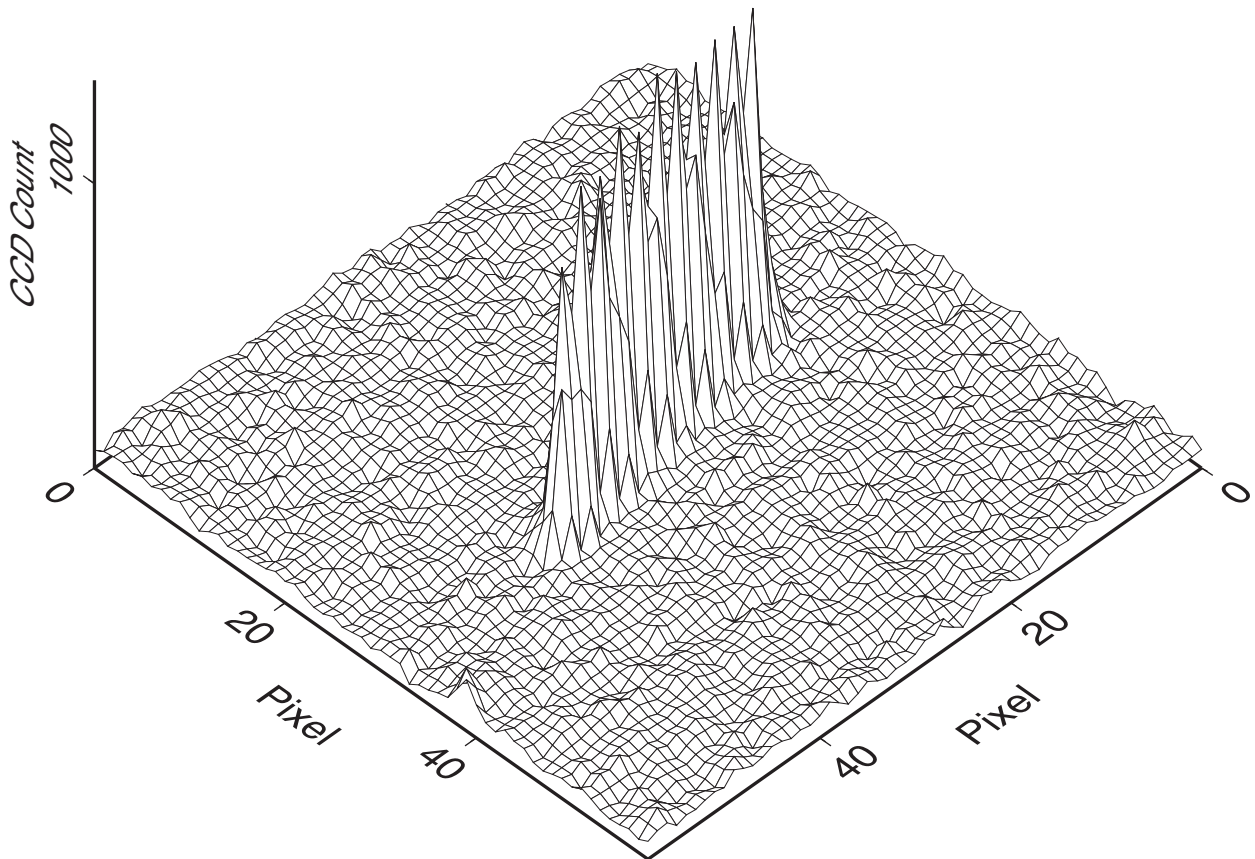


図 3.1 撮像デバイス上の星像強度

3.4.1 平均値を用いる方法

図 3.1 から恒星が撮影されていない領域を切り出し、カウント値の平均を求める方法。直感的に分かりやすく精度も高いが、長時間露光などで星像が密になっている場合には、恒星が撮影されていない領域を切り出すことが困難である。また、領域の切り出しは人間がマニュアルで行う必要があり、測定の自動化も困難である。

3.4.2 ヒストグラムのピークを求める方法

図 3.1 について、カウント値のヒストグラムを求めたものを図 3.3 に示す。図 3.3 においてカウント 200 まではほとんどがバックグラウンドのカウント値であり、200 以上が星像のカウント値である。このヒストグラムのピークはほぼバックグラウンドの平均値となることから、この値をバックグラウンドの値とすることができる。ヒストグラムのピークは自動的に求めることができることから、自動化にも適した方法である。

3.4.3 ヒストグラムをガウスフィッティングして求める方法

前項の方法と同様にヒストグラムを求めた後、その分布をガウス分布に当てはめてピークを求める方法。前項のようにヒストグラムのピークを求める方法の場合、撮影条件によってはピークが複数現れる場合がある。この場合はヒストグラムのピークが必ずしもバックグラウンドの平均的な値とはならない。そこで、ヒストグラムの形状をガウス分布に当てはめ、その中心値をバックグラウンドの値とすることでこの問題を解決する方法である。

3.5 標準星の大気減光補正

スターカタログに記載されている標準星の等級は、地球の大気が存在しないと仮定した場合の値である。大気圏内での観測結果については、地球大気の減光量を補正する必要がある。恒星からの光が地球大気で減光する様子を図 3.4 に示す。可視光に対する大気の減光係数 $a(h)$ は、天頂角が 0° のときに、

$$a(h) = 0.1451 \exp\left(-\frac{h}{7.996}\right) + 0.120 \exp\left(-\frac{h}{1.5}\right) + 0.016 \quad (3.5)$$

と表わされる [7]。この式において、第一項はレイリー散乱の効果、第二項はエアロゾルによる散乱の効果、第三項はオゾンの効果によるものである。なお、 h は観測点の高度 [km] である。また、大気の減光は光が大気外から観測点まで到達する大気量によって異なり、天頂角 0° に対する比 $F(z)$ で表わすことができる。この $F(z)$ は

$$F(z) = \frac{1}{\cos z + 0.025 \exp\left(-\frac{11}{\cos z}\right)} \quad (3.6)$$

によって与えられる。式 (3.5)、(3.6) より大気の減光による標準星の等級の補正值 Δm は、

$$\Delta m = a(h)F(z) \quad (3.7)$$

となる。恒星の光度を測定する際にはこの大気の減光を補正する必要がある。

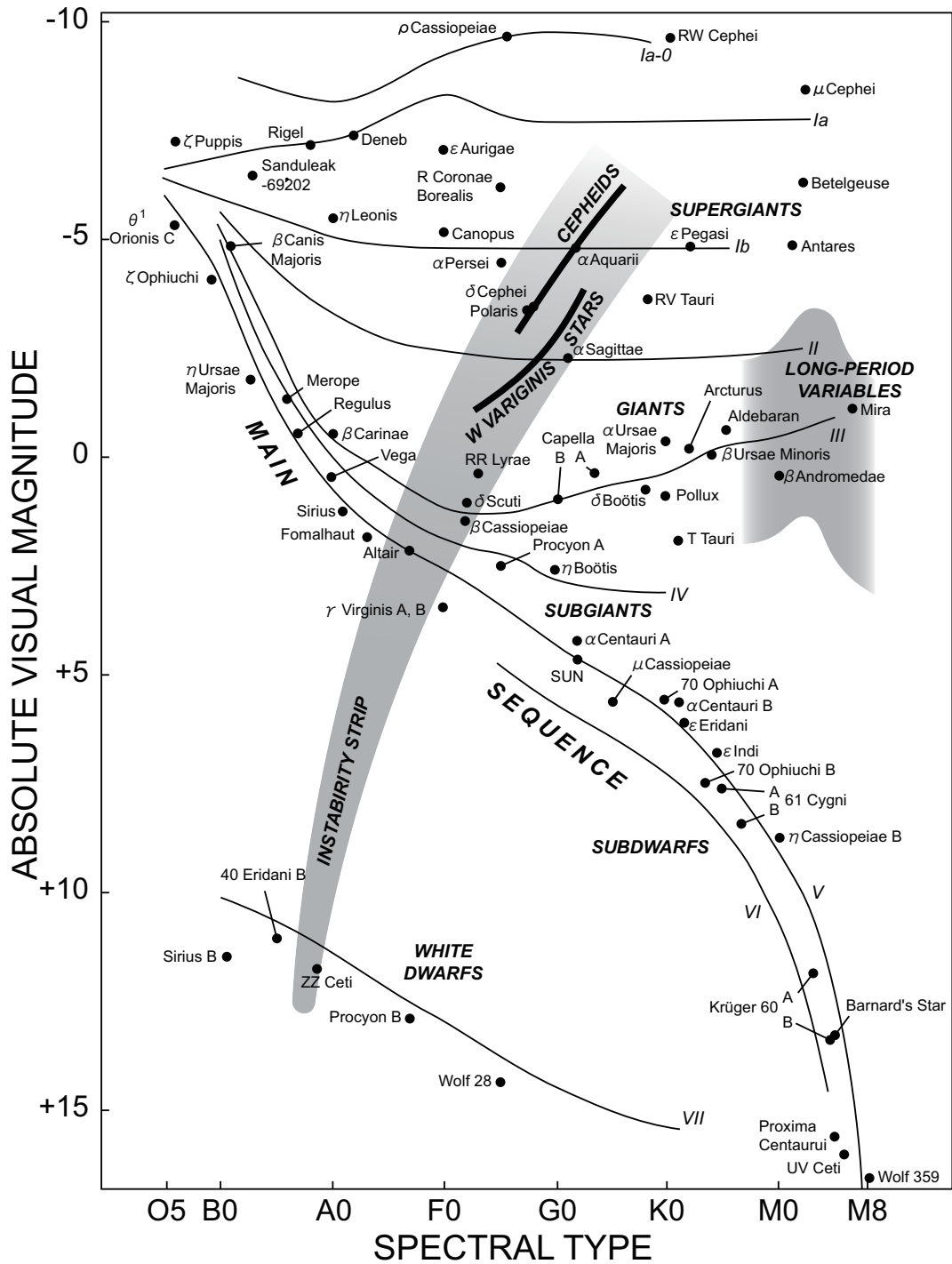


図 3.2 恒星のスペクトル型

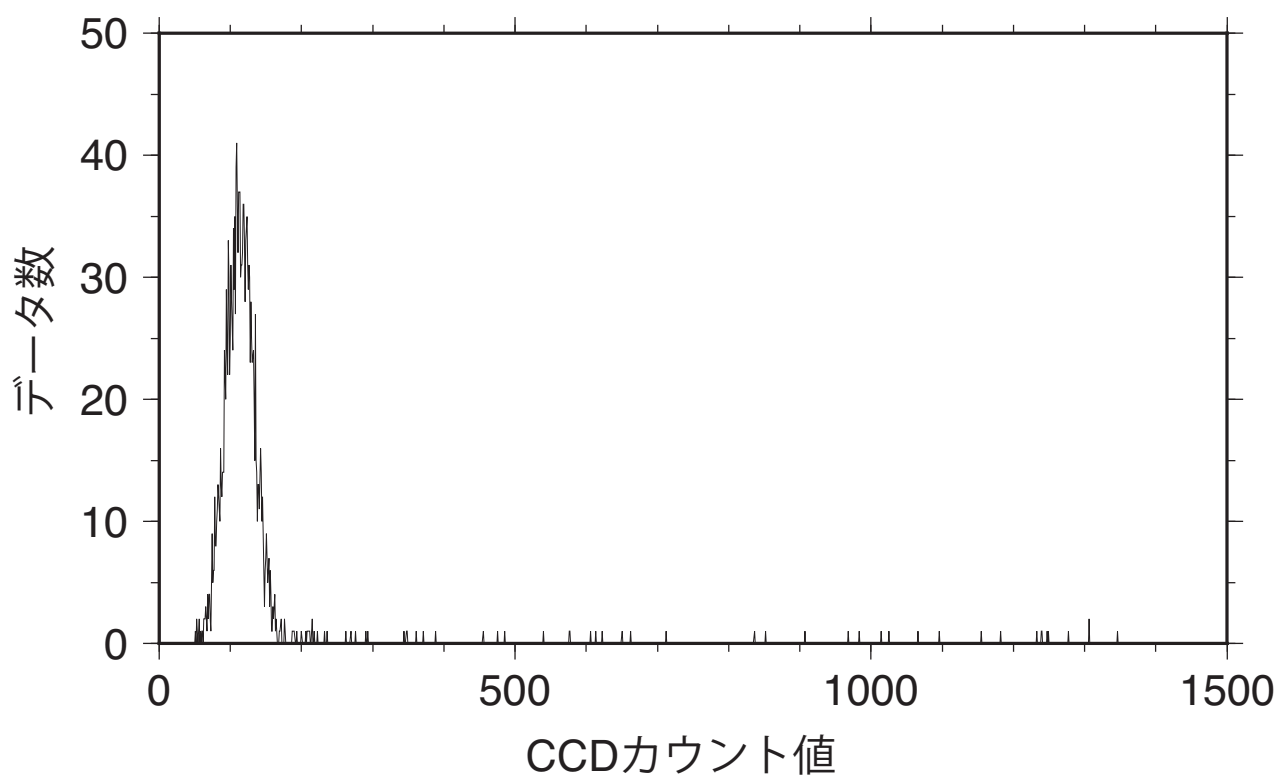


図 3.3 星像強度のヒストグラム

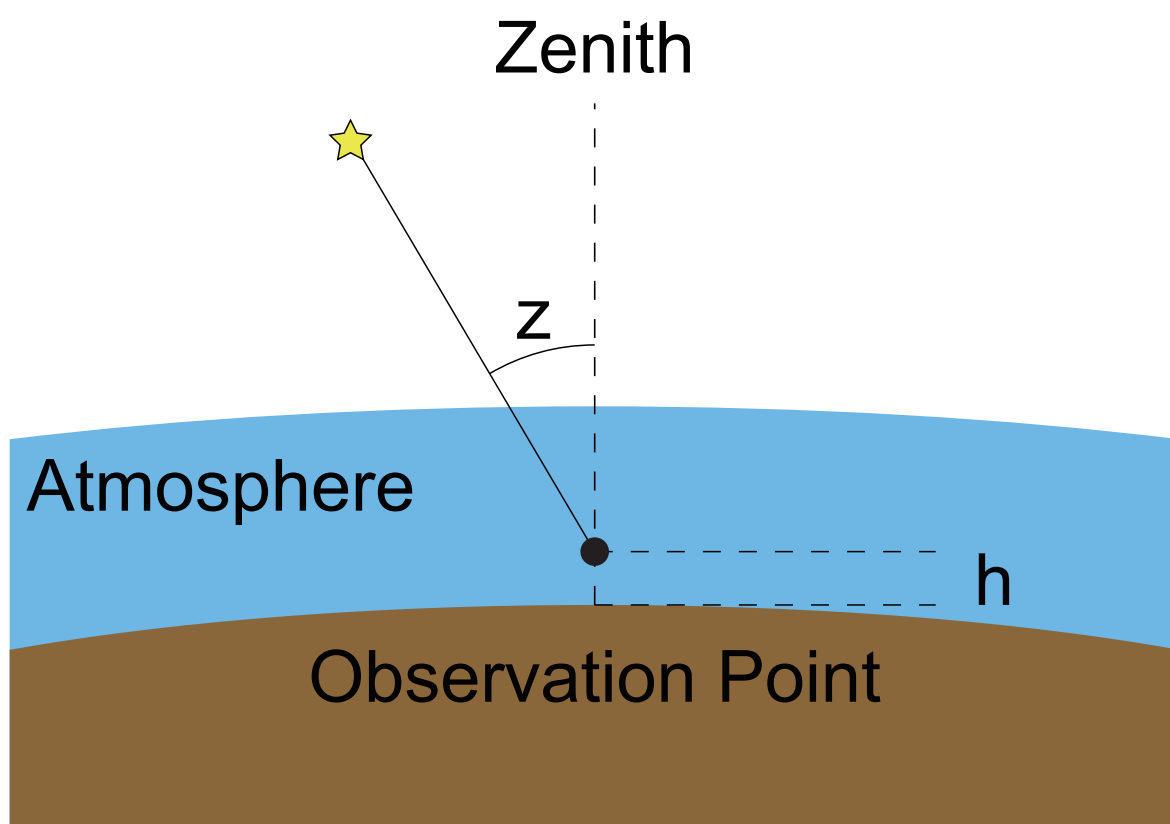


図 3.4 恒星の大气減光

付録 A

正規分布の最小二乗法

ここでは、最小二乗法を用いて正規分布にフィッティングする方法を示す。フィッティングする式は、

$$f(x) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{A.1})$$

である。両辺の対数をとって、

$$\ln f(x) = \ln \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} - \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \quad (\text{A.2})$$

を得る。これは2次関数であるので、

$$g(x) = \ln f(x) \quad (\text{A.3})$$

$$\mu = -\frac{b}{2a} \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} = \exp\left(c - \frac{b^2}{4a}\right) \quad (\text{A.5})$$

$$\sigma^2 = -\frac{1}{2a} \quad (\text{A.6})$$

と置き換えると、

$$g(x) = ax^2 + bx + c \quad (\text{A.7})$$

と簡単にできる。一方、最小二乗法において、残差の平方和は一般に、

$$\chi^2 = \sum (y_i - g(x_i))^2 \quad (\text{A.8})$$

であるから、

$$\chi^2 = \sum (y_i - ax_i^2 - bx_i - c)^2 \quad (\text{A.9})$$

となる。これが局所的に最小となる条件を求めたいので、

$$\frac{\partial}{\partial a} \chi^2 = 0 \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \chi^2 = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial}{\partial c} \chi^2 = 0 \quad (\text{A.12})$$

を解くことで各係数 a , b , c を求める。

付録 B

レンズ投影補正

カメラのレンズを通して撮影した画像から恒星の位置を測定するには、レンズの投影補正の必要がある。デジカメ星空診断では特に標準レンズを使用することから、この補正がないと恒星の位置がずれることになる。

赤経・赤緯から極座標への変換

天球から、これに接する平面への投影を考えるためにまず、天球座標の赤経 (α)・赤緯 (δ) から、接点を中心とする局所的な球面座標である経度 (ϕ)・緯度 (θ) に変換を考える。接点の赤経・赤緯を (α_P, δ_P) とし、経度を ϕ_P とすると、天球上の点 (α, δ) と球面座標の点 (ϕ, θ) の間には次式が成り立つ。

$$\sin \theta = \sin \delta \sin \delta_P + \cos \delta \cos \delta_P \cos(\alpha - \alpha_P) \quad (\text{B.1})$$

$$\cos \theta \sin(\phi - \phi_P) = -\cos \delta \sin(\alpha - \alpha_P) \quad (\text{B.2})$$

$$\cos \theta \cos(\phi - \phi_P) = \sin \delta \cos \delta_P - \cos \delta \sin \delta_P \cos(\alpha - \alpha_P) \quad (\text{B.3})$$

極座標から直交座標系への変換

次に、局所的な球面座標から、平面への投影を考える。まず、天球と平面との接点を中心とした極座標 (R_θ, A_ϕ) を設定する。この平面への投影に際し、投影中心の位置を示すパラメータ μ が必要になる。例えば、投影中心が天球の中心と一致する場合は $\mu = 0$ であり、投影中心が天球上で、かつ投影面と天球との接点の対蹠点にある場合は $\mu = 1$ となる。また、 $\mu = \infty$ の場合は、正射図法になる。この μ を用いると、 R_θ と θ の関係は次式で表される。

$$R_\theta = \frac{180^\circ (\mu + 1) \cos \theta}{\pi (\mu + \sin \theta)} \quad (\text{B.4})$$

カメラを用いた撮像の場合は、 $\mu = 1$ となるケースが多い。さらに、求めた R_θ と ϕ から、次式を用いて直交座標系 (x, y) へ変換する。

$$x = R_\theta \sin \phi \quad (\text{B.5})$$

$$y = -R_\theta \cos \phi \quad (\text{B.6})$$

参考文献

- [1] 環境庁大気保全局: 光害対策ガイドライン (1998).
- [2] 環境庁大気保全局: 地域照明環境計画策定マニュアル (2000).
- [3] S. Isobe, and H. Kosai: Star watching observations to measure night sky brightness, *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, **139**, 175-184, (1998).
- [4] Bryce E. Bayer: Color Imaging Array, US pat. 3,971,065, (1976).
- [5] 福島英雄: 天文アマチュアのための冷却 CCD 入門, 誠文堂新光社, pp.111 (1996).
- [6] E. Hog, C. Fabricius, V.V. Makarov, *et al.*: The Tycho-2 Catalogue of the 2.5 million brightest stars, *A&A*, 355, (2000).
- [7] Daniel W. E. Green: Magnitude Corrections for Atmospheric Extinction, *International Comet Quarterly*, **14**, 55-59, (1992).
- [8] CIE standard colorimetric observers, ISO/CIE 10527, 1991.
- [9] 国立天文台 天文データセンター: FITS の手引き～第 5.1 版～ (2007)